

Форма 503. Развернутый научный отчет.

3.1 Номер проекта

14-01-00292

3.2 Название проекта

Математические подходы и методы приближенного анализа для процессов ударного деформирования в нелинейной механике

3.3 Коды классификатора, соответствующие содержанию фактически проделанной работы (в порядке значимости)

01-411, 01-411, 01-413, 01-415

3.4 Объявленные ранее цели проекта на 2014 год

Проект направлен на развитие приближенных методов решения нелинейных и нестационарных задач механики деформирования, рассматривая их именно в качестве алгоритмического основания численных расчетов.

В 2014 г. предполагалось получить приближенные аналитические или численно-аналитические решения задач:

а) Об ударном деформировании несжимаемого цилиндрического слоя при разных условиях на его внутренней и внешней цилиндрических поверхностях.

б) О взаимодействии волны разгрузки, возникающей при срыве вязкопластического течения, с упругопластической границей.

в) О возникновении ударных волн в средах с кусочно-линейной диаграммой «напряжения – деформации».

г) О взаимодействии цилиндрических ударных волн разной поляризации с установлением критериев возникновения внутреннего течения.

3.5 Степень достижения поставленных в проекте целей

Все задачи, сформулированные в заявке проекта на 2014 г., были в целом выполнены.

3.6 Полученные в 2014 году важнейшие результаты

Процесс выполнения задач проекта привел к получению ряда принципиально важных новых научных результатов. Вариант метода лучевых рядов для задач ударного деформирования был развит на процессы с ненулевой кривизной волновых фронтов и наличием предварительных статических деформаций. Присутствие этих деформаций приводит к распаду исходного разрыва на две ударные волны: волну сдвиговой нагрузки и нейтральную ударную волну. Получено решение в виде лучевых рядов для задач о цилиндрическом слое несжимаемого материала с предварительными деформациями при условии ударной нагрузки на его внешней границе. Построено решение двумерной задачи антиплоской деформации несжимаемого пространства с цилиндрической полостью общей геометрии при ударе на границе полости. Метод решения объединяет лучевые координаты и асимптотические разложения. Получено обобщение лучевых разложений для ударных волн на задачи взаимодействия падающих и отраженных волновых процессов. На его основе решена задача об ударных волнах в цилиндрическом слое с учетом их отражений от внутренней жесткой границы. Изучены основные особенности поведения динамических процессов в плоском слое упругого материала с кусочно-линейной диаграммой "напряжения-деформации". Построено решение задачи о динамике разгрузки упруговязкопластического наклонного слоя с областью необратимых деформаций. Процесс разгрузки вызывается переходом на нижней границе слоя от сухого трения к трению скольжения.

3.7 Степень новизны полученных результатов

Все перечисленные результаты являются новыми для механики деформируемого твердого тела. В частности, лучевой метод, содержащий внутренние ряды по дельта-производным, позволяет строить приближенные решения за передними фронтами волн сильных разрывов. Идея его разработки принадлежит руководителю научного коллектива - А.А. Буренину. Адаптация данной методики к задачам о сложном движении ударных волн ненулевой кривизны внутри конечных областей при взаимодействии волн с полем предварительных статических деформаций или друг с другом является новым направлением в расширении применимости лучевых аппроксимаций. Еще одна, практически не изученная область - согласованное применение метода лучевых рядов и метода сращиваемых асимптотических разложений в многомерных динамических задачах нелинейно-упругих сред. Этот новый подход позволяет в прифронтной области ударной волны привести систему уравнений движения к основному волновому уравнению - эволюционному уравнению задачи. Данное уравнение имеет место при переходе к

лучевой системе пространственных координат. Получено его общее решение на примере двумерной задачи об антиплоском ударном нагружении цилиндрической полости в среде. В расчетах инженерных конструкций для статических нагрузок хорошо известна кусочно-линейная аппроксимация реальной диаграммы деформаций-напряжений. На примере задачи о деформировании плоского слоя упругого материала такая диаграмма свойств среды применяется к задачам динамики. Данный метод является новым. Он позволяет, в частности, показать, что в различных режимах краевых нагрузок в среде могут возникать различные волновые картины, включая слой постоянной деформации или жесткий слой, центрированные волны, ударные волны и т.д. При решении задачи о динамическом процессе разгрузки упруговязкопластического наклонного слоя на жестком основании новым является предположение, что процесс разгрузки может возникнуть при переходе на нижней границе от условия сухого трения к условию трения скольжения. При этом возникает движение волны разгрузки по упругой зоне с последующим выходом на границу области необратимого деформирования. Далее возникает торможение границы необратимой области и появление отраженной и преломленной волны - следствий волны разгрузки.

3.8 Сопоставление полученных результатов с мировым уровнем

Большое число теоретических исследований ударной динамики твердого тела относится к 80-м годам XX века. В них были установлены некоторые общие закономерности для ударных волн деформаций, а также решены наиболее простые задачи, как правило, одномерные или автомодельного типа. Современное развитие дисциплины находится, в основном, в области вычислительной механики или экспериментальных методов. Данный подход не исключает, а обязательно должен быть дополнен теоретическими исследованиями с переносом последних на многомерную динамическую деформацию и на задачи динамики сред со свойствами, отличными от чисто упругих. В этом направлении научный коллектив, работающий над проектом, имеет большой опыт и известен благодаря многочисленным отечественным и зарубежным публикациям. Таким образом, полученные результаты имеют уровень, вполне сопоставимый с мировым уровнем в данной предметной области.

3.9 Методы и подходы, использованные в ходе выполнения проекта (описать, уделив особое внимание степени оригинальности и новизны)

Для решения всех заявленных в проекте задач применялись современные методы математического моделирования сложных физико-механических свойств твердого тела в динамических процессах деформации, включая нелинейно-упругие, упругопластические с учетом больших деформаций, упруговязкопластические, кусочно-линейные диаграммы деформаций-напряжений и т.д. Все перечисленные модели базируются на методах механики сплошной среды: аппарате тензорного исчисления, математическом анализе, формализме неравновесной термодинамики. Для решения одномерных и многомерных задач ударной динамики в нелинейно-упругих средах применялся модифицированный метод лучевых рядов, использующий встроенное представление каждого из разрывных объектов в виде ряда по дельта-производным, записанного для момента образования соответствующей ударной волны. Эта система двойных рядов в итоге с учетом краевых условий на нагружаемой границе и на фронте ударной волны позволяет свести решение к определению на каждом шаге метода коэффициентов внутренних рядов из системы нелинейных алгебраических уравнений. В случае взаимодействия между собой ударных волн и образования новой волновой картины условной границей становится поверхность столкновения исходных волн. На ней можно построить систему краевых условий, исходя из согласования между собой лучевых решений за каждой из новых ударных волн, т.к. эти лучевые решения по своей сути относятся к общей области. В случае многомерных волновых процессов оказывается целесообразным применение асимптотического метода малого параметра при условии выбора специальной системы координат - полухарактеристические координаты, связанные с лучевыми координатами задачи в их линейной аппроксимации. При этом в области около волнового фронта решение определяется на основе эволюционного уравнения, в которое координата эйконала входит как параметр. Для задач динамики с кусочно-линейной диаграммой, задающей упругие свойства плоского слоя, используются классические волновые решения, анализ переходных областей в виде центрированных волн, вывод соотношений для скорости последующего решения в случае переменной скорости ударной волны применяются приближенные теоретические или численные методы расчетов. Для задачи динамической разгрузки упруговязкопластического слоя построена соответствующая модель больших деформаций. Стадия упругой деформации, развитие вязкопластического течения

моделируются как квазистатические процессы. Далее при срыве слоя, удерживаемого трением на одной из своих границ, возникает процесс динамической разгрузки. Он связан с распространением и взаимодействием ударной волны с упругопластической границей.

- 3.10.1.1 Количество научных работ по Проекту, опубликованных в 2014 году (цифрами)**
7
- 3.10.1.2 Из них в изданиях, включенных в перечень ВАК**
1
- 3.10.1.3 Из них в изданиях, включенных в системы цитирования (Web of Science, Scopus, Web of Knowledge, Astrophysics, PubMed, Mathematics, Chemical Abstracts, Springer, Agris, GeoRef)**
1
- 3.10.2 Количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения Проекта и принятых к печати в 2014 году (цифрами)**
2
- 3.11 Участие в 2014 году в научных мероприятиях по тематике Проекта (указать названия мероприятий)**
1. Международная конференция «Успехи механики сплошных сред», приуроченная к 75-летию академика В.А. Левина. 28 сентября – 4 октября 2014 г., Владивосток.
2. II Дальневосточная молодежная школа-семинар по математическому моделированию в механике. 1-5 октября, 2014 г., Владивосток.
3. VIII Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела. 16-21 июня 2014 г., Чебоксары.
4. Региональная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, и молодых ученых по естественным наукам. 15-30 апреля 2014 г., Владивосток.
- 3.12 Участие в 2014 году в экспедициях по тематике Проекта, которые проводились при финансовой поддержке Фонда (указать номера Проектов)**
нет
- 3.13 Финансовые средства, полученные в 2014 году от РФФИ (указать общий объем, в руб.)**
640000,00
- 3.14 Адреса (полностью) ресурсов в Интернете, подготовленных авторами по данному проекту, например, <http://www.somewhere.ru/mypub.html>**
нет
- 3.15 Библиографический список всех публикаций по Проекту, опубликованных в 2014 году, в порядке значимости: монографии, статьи в научных изданиях, тезисы докладов и материалы съездов, конференций и т.д.**
1. Лаптева А.А. Распространение деформаций по упругим средам с дополнительными ограничениями в их механических свойствах: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Чувашский государственный педагогический университет им. Яковлева. Чебоксары, 2014. 146 с.
2. Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Лучевые аппроксимации для ударных волн упругой деформации осесимметричного типа в цилиндрическом слое // Сибирский журнал индустриальной математики. (в печати)
3. Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Об асимптотическом представлении решений многомерных задач ударной динамики нелинейно-упругих сред // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. Чебоксары: Изд-во ЧГПУ, 2014. №3 (21). С. 131-143.
4. Ragozina Victoria, Ivanova Yulia. The Asymptotic Analysis of the Nonstationary Problem of Variable Shear Loading on the Boundary of an Incompressible Solid // Advanced Materials Research. Vol. 1040 (2014). pp 646-651.
5. Ковтанюк Л.В., Русанов М.М. О столкновении волны разгрузки с продвигающейся упругопластической границей в плоском тяжелом слое // Сибирский журнал индустриальной математики. (в печати)
6. Штука В.И. Определение напряжённо-деформированного состояния цилиндрического слоя построением лучевых асимптотик // Успехи механики сплошных сред. Сборник докладов Международной конференции, приуроченная к 75-летию академика В.А. Левина. – Иркутск: ООО «Мегапринт», 2014. С. 520-523.
7. Капустина Д.А., Лаптева А.А., Дудко О.В. Задача о нормальном ударе по границе упруго-

хрупкого слоя // II Дальневосточная молодежная школа-семинар по математическому моделированию в механике. Тезисы российской научной молодежной конференции. 1-5 окт. 2014 г., Владивосток : тезисы [Электронный ресурс]. Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2014. С. 52.

8. Дудко О.В. Об одноосном ударном нагружении упругого материала с кусочно-линейной диаграммой "напряжения-деформации" // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела (Чебоксары, 16-21 июня 2014 г.) : в 2 ч. Ч. 1 / под ред. Н.Ф. Морозова, Б.Г. Миронова, А.В. Манжирова. Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2014. С. 143-144.

9. Русанов М.М., Буренин А.А. Динамика разгрузки тяжелого слоя, расположенного на наклонной поверхности при переходе от трения покоя к трению скольжения // Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов, и молодых ученых по естественным наукам, Владивосток, 15-30 апреля 2014 г. [Электронный ресурс] / [отв. ред. А.В. Малюгин]. – Электрон.дан. – Владивосток: ДВФУ, 2014 – Режим доступа: http://www.dvfu.ru/documents/2619668/0/2014_SNS_tezisi. С. 160-161.

- 3.16** **Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**
не очевидно
- 3.17** **Критическая технология РФ, которой, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**
не очевидно
- 3.18** **Основное направление технологической модернизации экономики России, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**
не очевидно

Математические подходы и методы приближенного анализа для процессов ударного деформирования в нелинейной механике

А.А. Буренин, О.В. Дудко, Ю.Е. Иванова, А.А. Лаптева,

А.А. Манцыбора, Д.А. Потянихин, В.Е. Рагозина, М.М. Русанов, В.И. Штука

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматики и процессов управления
Дальневосточного отделения Российской академии наук

Проект РФФИ № 14-01-00292-а

Введение

За отчетный период 2014 г. научным коллективом получен ряд принципиально важных новых научных результатов: вариант метода лучевых рядов для задач ударного деформирования был развит на процессы с ненулевой кривизной волновых фронтов и наличием предварительных статических деформаций; получено решение в виде лучевых рядов для задач о цилиндрическом слое несжимаемого материала с предварительными деформациями при условии ударной нагрузки на его внешней границе; построено решение двумерной задачи антиплоской деформации несжимаемого пространства с цилиндрической полостью общей геометрии при ударе на границе полости; получено обобщение лучевых разложений для ударных волн на задачи взаимодействия падающих и отраженных волновых процессов; изучены основные особенности протекания динамических процессов в плоском слое упругого материала с кусочно-линейной диаграммой «напряжения-деформации»; построено решение задачи о динамике разгрузки упруговязкопластического наклонного слоя с областью необратимых деформаций.

Основные результаты

Лучевые аппроксимации для ударных волн упругой деформации осесимметричного типа в цилиндрическом слое

На примере осесимметричной задачи интенсивного деформирования цилиндрического нелинейно-упругого слоя под действием нагрузки на внешней его границе показана эффективность варианта лучевого метода, непосредственно разработанного для волн сильных разрывов (ударных волн). Рассматривается несколько первоначальных стадий волнового процесса, а именно: движение созданных ударных волн к внутренней границе слоя, отражение более быстрой волны от внутренней границы, взаимодействие медленной ударной волны и отраженной ударной волны с образованием новой волновой эволюции. Для каждой из стадий деформирования решение строится с помощью модифицированного метода лучевых рядов.

Об асимптотическом представлении решений многомерных задач ударной динамики нелинейно-упругих сред

Представлено обобщение метода асимптотического анализа прифронтовых областей для задач ударной деформации нелинейно-упругих сред, основанного на выводе эволюционного уравнения. Метод распространяется с одномерных краевых задач на многомерные за счет перехода к линейной аппроксимации системы лучевых координат. Показано, что эволюционное уравнение содержит координату эйконала только как параметр, т.е. лучевая координата прифронтовой области имеет доминирующее значение при оценке скорости изменения деформации. В качестве модельного примера построено решение двумерной задачи антиплоской деформации несжимаемой нелинейно-упругой среды.

Определение напряженно-деформированного состояния цилиндрического слоя построением лучевых асимптотик

Рассмотрено решение задачи об ударной деформации цилиндрического слоя несжимаемого материала с предварительными статическими деформациями антиплоского либо скручивающего типа. Нагрузка на одной из границ слоя задается так, что в среде возникают две ударные волны: волна сдвиговой нагрузки и нейтральная ударная волна. Решение за каждой из них построено модифицированным методом лучевых рядов.

Асимптотический анализ нестационарной задачи о сдвиговой нагрузке переменного направления на границе несжимаемого твердого тела

На примере одномерной плоской задачи для нелинейно-упругого несжимаемого однородного и неоднородного полупространства рассмотрен процесс нагружения, в котором сдвиговое воздействие на граничной плоскости меняется и по интенсивности, и по направлению. Показано, что в областях пространства, где нелинейность среды становится существенным фактором, решение в прифронтовой области ударной волны определяется системой нелинейных эволюционных уравнений. Получено общее решение эволюционной системы. Рассматривается в качестве примера частное решение эволюционной системы для одного из наиболее простых краевых граничных условий.

Распространение деформаций по упругим средам с дополнительными ограничениями в их механических свойствах

Изучены особенности постановок краевых задач ударного нагружения несжимаемых нелинейно-упругих сред, материалов в различном сопротивлением растяжению и сжатию, сред с различной сопротивляемостью сдвигу вдоль выбранной оси. Получены аналитические решения нестационарных краевых задач динамического одноосного деформирования разномодульной упругой среды: о возникновении ударной волны и области постоянных перемещений со слабыми волнами в качестве переднего и заднего фронтов при ударном нагружении границы упругого полупространства, об отражении плоской одномерной волны от жестко закрепленной границы разномодульной упругой среды, об отражении плоских одномерных волн сжатия и разжатия от свободной границы разномодульной упругой среды. Получено решение нестационарной краевой задачи об ударном сдвиге на границе полупространства в несжимаемой разномодульной среде. В рамках математической модели разномодульной среды, свободной от эффекта дилатации получено решение нестационарных краевых задач о сходящихся и расходящихся одномерных сферических волнах. По материалам проведенного исследования подготовлена и защищена диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Об одноосном ударном нагружении упругого слоя с кусочно-линейной диаграммой «напряжения-деформации»

Изучены особенности распространения ударных граничных возмущений в упругом слое с кусочно-линейной зависимостью напряжений и деформаций. Рассмотрена возможность возникновения нелинейных упругих эффектов (ударных и простых волн) в обобщенном решении краевых задач одноосного ударного деформирования при кусочно-линейной аппроксимации диаграммы напряжений.

О столкновении волны разгрузки с продвигающейся упругопластической границей в плоском тяжелом слое

Для сред с комбинированными упруговязкопластическими свойствами построено решение динамической задачи о срыве тяжелого слоя несжимаемого материала с наклонной плоской опоры. Первая стадия - квазистатическое нагружение с образованием слоя остаточными деформациями в окрестности верхней границы слоя. Далее при достижении напряжениями значений перехода от сухого трения к трению скольжения начинается срыв материала и движение по среде волны разгрузки. Изучаются прохождения ее по области упругой деформации, выход на границу зоны необратимых деформаций с последующим отражением и преломлением.

Основные публикации

- Лаптева А.А. Распространение деформаций по упругим средам с дополнительными ограничениями в их механических свойствах: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Чувашский государственный педагогический университет им. Яковлева. Чебоксары, 2014. 146 с.
- Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Лучевые аппроксимации для ударных волн упругой деформации осесимметричного типа в цилиндрическом слое // Сибирский журнал индустриальной математики. (в печати)
- Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Об асимптотическом представлении решений многомерных задач ударной динамики нелинейно-упругих сред // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. Чебоксары: Изд-во ЧГУ, 2014. №3 (21). С. 131-143.
- Ragozina Victoria, Ivanova Yulia. The Asymptotic Analysis of the Nonstationary Problem of Variable Shear Loading on the Boundary of an Incompressible Solid // Advanced Materials Research. Vol. 1040 (2014). pp 646-651.
- Ковтанюк Л.В., Русанов М.М. О столкновении волны разгрузки с продвигающейся упругопластической границей в плоском тяжелом слое // Сибирский журнал индустриальной математики. (в печати)
- Штука В.И. Определение напряженно-деформированного состояния цилиндрического слоя построением лучевых асимптотик // Успехи механики сплошных сред. Сборник докладов Международной конференции, приуроченная к 75-летию академика В.А. Левина. – Иркутск: ООО «Мегапринт», 2014. С. 520-523.
- Дудко О.В. Об одноосном ударном нагружении упругого материала с кусочно-линейной диаграммой «напряжения-деформации» // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела (Чебоксары, 16-21 июня 2014 г.): в 2 ч. Ч. 1 / под ред. Н.Ф. Морозова, Б.Г. Миронова, А.В. Манжирова. Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2014. С. 143-144.